



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR

DIVISIÓN	Física y Matemáticas			
DEPARTAMENTO	Matemáticas Puras y Aplicadas.			
CÓDIGO	MA3111	ASIGNATURA	Matemática VII	
REQUISITOS	MA2113			
HORAS/SEMANA	T.4	P.2	L.0	UNIDADES CRÉDITO: 4
VIGENCIA	01/09/09			
AUTORES	Amílcar Pérez y Carmen Judith Vanegas			
PROFESOR				

JUSTIFICACIÓN

El curso de Matemáticas VII está principalmente orientado a enseñar cómo resolver ciertas ecuaciones diferenciales en derivadas parciales (EDP) de segundo orden que aparecen en la física matemática, como lo son la ecuación de onda, la ecuación de calor y la ecuación de Laplace, sobre distintas regiones espaciales, acotadas o no; dependiendo de lo cual será necesario el uso de series de Fourier o de transformadas de Fourier. También, dependiendo del tipo de condición inicial o de borde, será o no necesario considerar un contexto distribucional. Razón por la cual se comienza el curso con el estudio de la teoría de distribuciones o funciones generalizadas, como tema que servirá luego en la resolución de las EDP, tanto como en la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias mediante el uso de las transformadas de Laplace y/o de la función de Green del operador diferencial asociado a la ecuación.

Desde el punto de vista de las aplicaciones a la resolución de ecuaciones diferenciales, el curso puede dividirse en tres grandes partes:

1. Aplicación de las transformadas de Laplace y las funciones de Green a la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias con condiciones iniciales (un problema de Cauchy).
2. Aplicaciones de las series de Fourier a la resolución de problemas bien planteados (PBP)
3. Aplicaciones de las transformadas de Fourier a la resolución de problemas bien planteados.

Así pues, el curso Matemáticas VII está dirigido a todos aquellos estudiantes de ciencias e ingenierías que requieran resolver una EDP parte de un PBP originado en cualquiera de los diferentes contextos fenomenológicos en las que estas ecuaciones aparecen.

OBJETIVOS

Generales:

1. Que el estudiante adquiriera los conocimientos básicos sobre funciones generalizadas o distribuciones y los aplique en el cálculo de integrales y con especial énfasis, en la resolución de ecuaciones diferenciales.
2. Que el estudiante adquiriera los conocimientos básicos sobre el producto de convolución y la función de Green de un operador diferencial en derivadas ordinarias y los use en la resolución de un problema de Cauchy.
3. Que el estudiante adquiriera los conocimientos básicos sobre las transformadas de Laplace y los aplique en la resolución de un problema de Cauchy.
4. Que el estudiante adquiriera los conocimientos básicos sobre EDP de primer orden, que conozca y aplique el método de D'Alembert para resolver la ecuación de onda y que conozca el método de separación de variables y sepa reducir a varias EDO una EDP en la que el método sea aplicable.
5. Que el estudiante adquiriera los conocimientos básicos sobre las series de Fourier y los aplique especialmente en la resolución de EDP, pero también el cálculo de sumas de series numéricas.
6. Que el estudiante adquiriera los conocimientos básicos sobre las Transformadas de Fourier en L1 y los aplique en la resolución de EDP
7. Que el estudiante adquiriera los conocimientos básicos de las transformadas de Fourier en el contexto distribucional (espacio de Schwartz y su dual) y en el contexto L2, y los aplique especialmente en la resolución de EDP, pero también en el cálculo de integrales impropias.

Específicos: Que el estudiante conozca, entienda y aplique:

1. Los conceptos de función generalizada o distribución, suma de distribuciones, producto de suave por generalizada, derivada generalizada de una distribución y su uso en el cálculo de integrales y en la simplificación de expresiones que involucren diversas operaciones con distribuciones.
2. Los conceptos de distribuciones regulares y singulares (la delta de Dirac y sus derivadas), límites de sucesiones de distribuciones, la delta de Dirac como límite de distribuciones regulares.
3. Los conceptos de convolución y función de Green de un operador diferencial en derivadas ordinarias y su uso en la resolución de una EDO (con particular énfasis en las EDO con coeficientes constantes).
4. Los conceptos de transformadas de Laplace directa e inversa, cálculo de la transformada de Laplace inversa de una función racional (usando el método de los residuos), su uso en la resolución de una EDO (con especial énfasis en las EDO con coeficientes constantes).
5. Los conceptos de EDP, problema bien planteado PBP, ejemplos de PBP usando EDP de primer orden. Resolución de la ecuación de onda por el método de D'Alembert, reduciéndola a dos EDP de primer orden.
6. El método de separación de variables para reducir una EDP a varias EDO, reescribir en términos de las funciones en variables separadas las condiciones de borde de un PBP, hallar las autofunciones y autovalores de las EDO encontradas, superponer las soluciones particulares y obtener la solución general de una EDP con condiciones de borde.
7. La teoría L2 de las series de Fourier, en particular el teorema principal de esta teoría, demostrar su equivalencia con la fórmula de Parseval, el teorema de convergencia puntual

de las series de Fourier de funciones continuas a trozos. El uso de las series de Fourier en el cálculo de sumas de series.

8. Aplicación de las series de Fourier en la resolución de PBP, con especial énfasis en los relacionados con EDP de segundo orden, y en particular las ecuaciones de onda, calor y Laplace homogéneas.

9. Motivar los conceptos de transformadas de Fourier, y considerarlas en el contexto L1, teorema de inversión de Plancharel, teoremas operacionales.

10. Motivar el estudio de las transformadas de Fourier en los contextos L2 y distribucional, por ejemplo considerando el problema de hallar las propiedades de $f(x) = \text{sen } ax / x$ y su transformada de Fourier, y el problema de hallar la transformada de la función constantemente igual a 1.

11. Estudiar el espacio de Schwartz, transformadas de Fourier en el contexto L2, dual del espacio de Schwartz (distribuciones moderadas), teoremas operacionales.

12. Aplicar las transformadas de Fourier en la resolución de PBP asociados a EDP de segundo orden, en especial homogéneas, en regiones espaciales no acotadas y con condición inicial una distribución moderada. Considerar los ejemplos particulares que involucren transformadas seno y coseno.

CONTENIDO PROGRAMÁTICO

Temas

1. Integrales Impropias.
2. Funciones Generalizadas.
3. Derivadas Generalizadas.
4. Convolución.
5. Transformada de Laplace.
6. Transformada Inversa de Laplace.
7. Aplicaciones de las transformadas de Laplace a las EDO.
8. Introducción a las EDP, separación de Variables y series de Fourier.
9. Teoría L2 de las Series de Fourier.
10. Teoría L2 y Convergencia puntual.
11. Aplicaciones de la fórmula de Parseval y el teorema de convergencia puntual.
12. Separación de variables y aplicaciones de las Series de Fourier a las EDP.
13. Transformada de Fourier en L1.
14. Espacio de Schwartz y su dual.
15. Transformadas de Fourier de distribuciones moderadas.
16. Aplicaciones de las transformadas de Fourier a las EDP.
17. Aplicaciones de las transformadas de Fourier seno y coseno.

ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE

El curso consiste de 6 horas semanales, distribuidas en 4 horas de teoría, donde el profesor expone el contenido del mismo y 2 horas de práctica, donde el preparador y los estudiantes trabajan y/o discuten los ejercicios propuestos para cada tema.

ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN

Al inicio de clases (semana 1 del periodo lectivo) el profesor encargado del curso

informa al estudiante de un cronograma de evaluación que comprende las fechas, ponderaciones y los contenidos de cada evaluación según acuerdo departamental entre los profesores asignados para dictar este curso.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Dennis S. Andrea, Alberto Mendoza: Guía de Matemáticas VII, USB, 1999.
- [2] Gerald B. Folland: Fourier Analysis and its applications. Cota: QA403.5/F65
- [3] Peter Hummelgens: Guía de Teoría de MAT-7.
- [4] Peter Hummelgens: Problemario de MAT-7.